

1. Selitä seuraavat käsitteet (kustakin kohdasta muutama lause, mahdollisesti kaava)

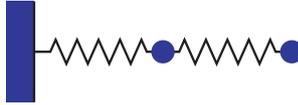
- (a) Hamiltonin periaate
- (b) side-ehto
- (c) Eulerin kulmat
- (d) Legendren muunnos
- (e) Poissonin sulkusuure
- (f) polkuintegraali

2. Osoita että hiukkassysteemin kineettinen energia voidaan kirjoittaa muotoon

$$T = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2} \sum_k m_k v_i'^2, \quad (1)$$

missä M on kokonaisuudessa, \mathbf{V} massakeskipisteen nopeus ja \mathbf{v}'_i hiukkasten nopeudet massakeskipisteen suhteen.

3. Tutkitaan kuvan mukaista järjestelmää jossa identtiset massat ovat kiinnitetty toisiinsa ja toinen niistä jäykkään seinään samanlaisilla jousilla. Massat voivat liikkua vain seinää vastaan kohtisuorassa suunnassa. Muodosta Lagrangen funktio ja laske systeemin pienten värähtelyjen taajuuudet tasapainotilan ympärillä.



4. Heittoliikkeen yhtälö ottaen mukaan Coriolis-voima on

$$m\ddot{\mathbf{r}} = -mg\hat{\mathbf{z}} - 2m\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}}, \quad (2)$$

missä $\boldsymbol{\omega}$ on maan kulmanopeusvektori. Valitaan kordinaatisto: x itään, y pohjoiseen ja z ylös, kun ollan leveysasteella, jonka polaarikulma on θ . Osoita että heittoliikkeessä itään päin alkunopeudella \mathbf{V} Coriolis-voima, jota voi käsitellä pienenä häiriönä, aiheuttaa maahaniskeytymispisteen siirtymisen pohjois-eteläsuunnassa määrällä

$$\Delta y = \frac{4V_x V_z^2 \omega \cos \theta}{g^2}. \quad (3)$$

Onko tämä pohjoiseen vai etelään?

5. Tutkitaan yhtä hiukkasta jonka kineettinen energia $T = \frac{1}{2}mv^2$ ja potentiaalienergia $V(\mathbf{r})$. Oletetaan että yleistetyt koordinaatit on määritelty ajasta riippumattomasti, $\mathbf{r} = \mathbf{r}(q_1, q_2, q_3)$. Osoita Hamiltonin funktion määritelmästä lähtien, että Hamiltonin funktio on sama kuin kokonaisenergia, $H = T + V$.

Täytä kurssipalautelomake (mikäli et ole tehnyt sitä aiemmin).