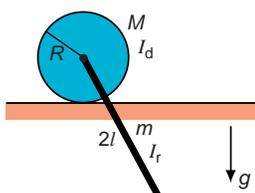


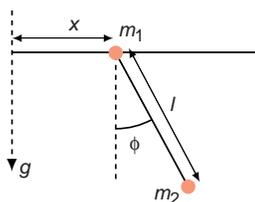
1. Ajatellaan kiekkoa (säde R , massa M , hitausmomentti $I_d = MR^2/2$ kiekkoa vastaan kohtisuoralle akselille joka kulkee massakeskipisteen kautta) joka voi vieriä pystysuunnassa liukumatta vaakasuoraa suoraa pitkin. Kiekkon keskipisteeseen on taipuisalla niveellä kiinnitetty sauva (pituus $2l$, massa m , hitausmomentti $I_r = ml^2/3$ sauvaa vastaan kohtisuoralle akselille joka kulkee massakeskipisteen kautta). Sauva pysyy samassa tasossa kuin kiekko (oheisen kuvan tasossa). Kappaleisiin vaikuttaa vakio gravitaatiokenttä. Valitse sopivat koordinaatit ja kirjoita järjestelmän Lagrangen funktio.



2. Lausu Hamiltonin periaate. Johda siitä Lagrangen yhtälöt.
3. Lagrangen funktio heilurille jonka ripustuspointe on liukuva on

$$L = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m_2l^2\dot{\phi}^2 + m_2l\dot{x}\dot{\phi}\cos\phi + gm_2l\cos\phi. \quad (1)$$

Käytä säilymlakeja löytääksesi kaikki liikevakiot. Niitä käyttäen osoita kuinka liikkeelle voi löytää formaalin ratkaisun $(x(t), \phi(t))$ (älä laske integraaleja).



4. Heittoliikkeen yhtälö ottaen mukaan Coriolis-voima on

$$m\ddot{\mathbf{r}} = -mg\hat{\mathbf{z}} - 2m\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}}, \quad (2)$$

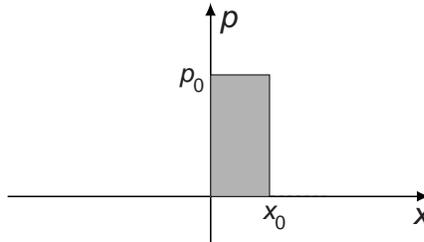
missä $\boldsymbol{\omega}$ on maan kulmanopeusvektori. Valitaan kordinaatisto: x itään, y pohjoiseen ja z ylös, kun ollaan leveysasteella, jonka polaarikulma on θ . Osoita että heittoliikkeessä itään päin alkunopeudella \mathbf{V} Coriolis-voima,

jota voi käsitellä pienenä häiriönä, aiheuttaa maahaniskeytymispisteen siirtymisen pohjois-eteläsuunnassa määrällä

$$\Delta y = \frac{4V_x V_z^2 \omega \cos \theta}{g^2}. \quad (3)$$

Onko tämä pohjoiseen vai etelään?

5. Tarkastellaan hiukkasta joka voi liikkua vapaasti yhdessä ulottuvuudessa. Kirjoita sen Lagrangen funktio, Hamiltonin funktio ja Hamiltonin liikeyhtälöt. Piirrä Hamiltonin funktion vakioarvokäyrät faasiavaruudessa. Oletetaan että systeemin tilaa alkuhetkellä $t = 0$ kuvaa todennäköisyysjakauma joka on nolosta poikkeava vakio vain oheisen kuvan suorakaiteen muotoisella alueella. Kuvaile miten tämä jakauma kehittyy ajan kuluessa. Totea että liike toteuttaa Liouvillen lauseen.



Täytä kurssipalautelomake.