

1. Hämähäkki kävelee pitkin kortta, joka pääsee kiertymään painopisteensä kautta kulkevan akselin ympäri. Ratkaise Lagrangen yhtälöä käyttäen mikä on hämähäkin etäisyyden $r = r(\phi, \dot{\phi})$ kiertoakselista oltava jotta korren kulmanopeus pysyisi vakiona. Painovoima on oleellinen, kitka ei. Osoita että korren hitaudesta aiheutuvalla liike-energialla $T_{\text{korsi}} = \frac{1}{2}I\dot{\phi}^2$ ei ole vaikutusta lopputulokseen.
2. Vanne pyörii liustamatta pitkin kaltevaa tasoa. Johda vanteen liikeyhtälöt käyttäen Lagrangen yhtälöä differentiaalisten side-ehtojen tapauksessa. Ratkaise liikeyhtälöt kun vanne alkuhetkellä on levossa.
3. Tasaisella alustalla vierivää ohutta lanttia kuvaa Lagrangen funktio

$$L = \frac{1}{8}MR^2 \left[\dot{\alpha}^2 \sin^2 \beta + 5\dot{\beta}^2 + 6(\dot{\alpha} \cos \beta + \dot{\gamma})^2 \right] - MgR \sin \beta, \quad (1)$$

missä M ja R ovat kolikon massa ja säde, α ja β sen symmetria-akselin azimuthti ja polaarikulmat, sekä γ pyörimiskulma symmetria-akselin ympäri. Muodosta lausekkeet systeemin liikevakioille.

4. Tutkitaan yksinkertaista heiluria (massa m , langan pituus l , heilahtelu yhdessä tasossa). Kirjoita Lagrangen funktio. Laske Hamiltonin funktio oikeiden muuttujiensa funktiona. Kirjoita Hamiltonin liikeyhtälöt.
5. Määrittele faasiavaruus ja todennäköisyystiheys faasiavaruudessa. Kerro mitä Liouvilin lause sanoo tästä. Mikä yhteys Liouvilin lauseella on jatkuvuusyhtälöön ja Hamiltonin liikeyhtälöihin?