

Analyttinen mekaniikka 76310A
Tentti 16.8.2002 (syksyn 2001 kurssin mukaan)

1. Selitä seuraavat käsitteet (kustakin kohdasta muutama lause, mahdollisesti kaava)
 - (a) Hamiltonin periaate
 - (b) side-ehto
 - (c) Eulerin kulmat
 - (d) Legendren muunnos
 - (e) Poissonin sulkusuure
 - (f) polkuintegraali
2. Tarkastellaan z akselin suuntaisen sylinterin $x^2 + y^2 = R^2$ pinnalla kitkatta liikkuvaa massapistettä, johon vaikuttaa origoon suuntautunut voima $\mathbf{F} = -k\mathbf{r}$. Kirjoita systeemin Lagrangen funktio. Johda siitä liikeyhtälöt ja ratkaise ne.
3. Tarkastellaan systeemiä jonka Lagrangen funktio on

$$L = -mc^2 \sqrt{1 - \frac{\dot{r}^2 + r^2 \dot{\phi}^2}{c^2}} - \frac{\alpha}{r}. \quad (1)$$

Tässä m , c ja α ovat vakioita. Muodosta lausekkeet systeemin liikevakioille.

4. Tutkitaan kuvan mukaista systeemiä jossa identtiset massat ovat kiinnitetty toisiinsa ja kiinteisiin seiniin samanlaisilla jousilla. Massat voivat liikkua vain jousien suunnassa. Muodosta Lagrangen funktio ja laske systeemin pienten värähtelyjen taajuudet.



5. Lähtien Lagrangen funktiosta

$$L(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, t) = \frac{1}{2} m \dot{\mathbf{r}}^2 - q\varphi(\mathbf{r}, t) + q\dot{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}, t). \quad (2)$$

johda vastaava Hamiltonin funktio kirjoitettuna oikeiden muuttujiensa funktiona. Kirjoita vastaava Hamiltonin operaattori Schrödingerin kuvassa.