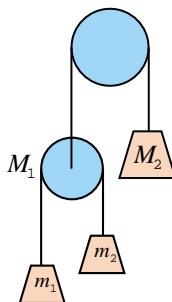


1. Selitä seuraavat käsitteet (kustakin kohdasta muutama lause, mahdollisesti kaava)
  - (a) kulmaliikemäärän säilymlaki hiukkasjoukolle
  - (b) variaatiolaskenta
  - (c) Legendren määräämättömien kertoimien menetelmä
  - (d) Hamiltonin periaate
  - (e) jatkuvuusyhtälö
  - (f) polkuintegraali
2. Langan, joka ylittää kiinnitetyn, kitkattoman ja pyörimättömän väkipyörän, toisessa päässä on massa  $M_2$ . Langan toisessa päässä on pyörimätön väkipyörä massaltaan  $M_1$ , joka kannattaa lankaa, jonka päissä ovat massat  $m_1$  ja  $m_2$ . Kirjoita systeemin Lagrangen funktio. Mikä on massan  $M_2$  kiihtyvyys?



3. Tarkastellaan hiukasta joka liikkuu keskeispotentiaalissa  $V(r)$ . Kirjoita Lagrangen funktio napakoordinaateissa  $r$  ja  $\phi$ , etsi liikevakiot ja muodosta lauseke joka antaa hiukkasen radan integraalien avulla.
4. Tutkitaan yksinkertaista heiluria (massaton lanka, liike yhdessä tasossa). Muodosta Lagrangen yhtälöt siten että otat langan vakiopituudesta tulevan side-ehdon huomioon käyttäen differentiaalisten side-ehtojen menetelmää. Johda heilurin liikeyhtälö sekä lauseke lankaa jännittävälle yleistetylle voimalle.
5. Kirjoita Hamiltonin kanoniset liikeyhtälöt. Osoita niitä käyttäen että Hamiltonin funktiolle pätee

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial t} \quad (1)$$