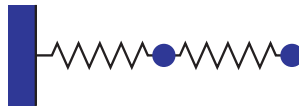


1. Tarkastellaan  $z$  akselin suuntaisen sylinterin  $x^2 + y^2 = R^2$  pinnalla kitkatta liikkuvaa massapistettä, johon vaikuttaa origoon suuntautunut voima  $\mathbf{F} = -k\mathbf{r}$ . Kirjoita systeemin Lagrangen funktio. Johda siitä liikeyhtälöt ja ratkaise ne.
2. Lausu Hamiltonin periaate. Johda tästä lähtien Lagrangen yhtälö.
3. Tutkitaan kuvan mukaista järjestelmää jossa identtiset massat ovat kiinnitetty toisiinsa ja toinen niistä jäykkään seinään samanlaisilla jousilla. Massat voivat liikkua vain seinää vastaan kohtisuorassa suunnassa. Muodosta Lagrangen funktio ja laske systeemin pienten värähtelyjen taajuudet tasapainotilan ympärillä.

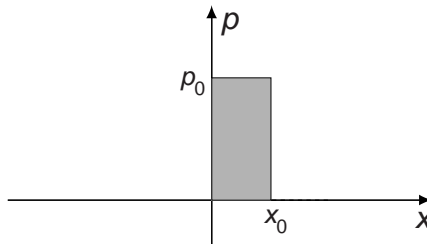


4. Tasaisella alustalla vierivää ohutta lanttia kuvaa Lagrangen funktio

$$L = \frac{1}{8}MR^2 \left[ \dot{\alpha}^2 \sin^2 \beta + 5\dot{\beta}^2 + 6(\dot{\alpha} \cos \beta + \dot{\gamma})^2 \right] - Mgr \sin \beta, \quad (1)$$

missä  $M$  ja  $R$  ovat kolikon massa ja säde,  $\alpha$  ja  $\beta$  sen symmetria-akselin atsimuutti- ja polaarikulmat, sekä  $\gamma$  pyörähdyskulma symmetria-akselin ympäri. Muodosta lausekkeet systeemin liikevakioille.

5. Tarkastellaan hiukkasta joka voi liikkua vapaasti yhdessä ulottuvuudessa. Kirjoita sen Lagrangen funktio, Hamiltonin funktio ja Hamiltonin liikeyhtälöt. Piirrä Hamiltonin funktion vakioarvokäyrät faasiavaruudessa. Oletetaan että systeemin tilaa alkuhetkellä  $t = 0$  kuvaa todennäköisyysjakauma joka on nollasta poikkeava vakio vain oheisen kuvan suorakaiteen muotoisella alueella. Kuvaile miten tämä jakauma kehittyy ajan kuluessa. Totea että liike toteuttaa Liouvillen lauseen.



Olen kiinnostunut saamaan palautetta kurssista. Erityisesti mitkä harjoitustehtävät olivat liian hankalia luennolla esitetyn materiaalin pohjalta (anna tehtävien numerot)? Mitkä asiat olisi ollut hyvä esittää tarkemmin? Onko kurssissa jotain turhaa? Vastatkaa joko nyt tai tentin jälkeen joko paperilla, sähköpostilla (etunimi.sukunimi@oulu.fi) tai suullisesti. Kirjallisen kurssipalautteen voi jättää toimistoon jos en ole paikalla.