

1. Selitä seuraavat käsitteet (kustakin kohdasta muutama lause, mahdollisesti kaava)
 - (a) differentiaalinen sirontavaikutusala
 - (b) Legendren määräämättömien kertoimien menetelmä
 - (c) Eulerin kulmat
 - (d) Hamiltonin kanoniset liikeyhtälöt
 - (e) Liouvilven lause
 - (f) polkuintegraali
2. Vaaditaan että integraalilla

$$I = \int_0^\infty \left[\left(\frac{dy}{dx} \right)^2 - y^2 + \frac{1}{2}y^4 \right] dx \quad (1)$$

on ääriarvo reunaehdoilla $y(0) = 0$, $y(\infty) = 1$. Minkä differentiaaliyhtälön $y(x)$ toteuttaa?

3. Vanne pyörii luistamatta pitkin kaltevaa tasoa. Johda vanteen liikeyhtälöt käyttäen Lagrangen yhtälöä differentiaalisten side-ehtojen tapauksessa. Ratkaise liikeyhtälöt kun vanne alkuhetkellä on levossa.
4. Mistä Lagrangen funktion symmetrioista seuraa a) yleistetyin liikemäärän säilymlaki ja b) Hamiltonin funktion säilymlaki. Johda kyseiset säilymiset näistä symmetrioista.
5. Tutkitaan tapausta jossa hiukkanen (massa m) pääsee liukumaan kitkatta suoraa pitkin. Siihen on kiinnitetty massaton jousi (jousivakio k , lepopituus a) jonka toinen pää on kiinnitetty etäisyydelle b suorasta ($b > a$). Kirjoita Lagrangen funktio. Kirjoita Lagrangen funktio pienten värähtelyjen approksimaatiossa. Ratkaise pienten värähtelyjen taajuus.

