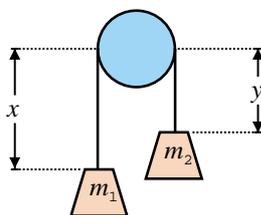


1. Selitä seuraavat käsitteet (kustakin kohdasta muutama lause, mahdollisesti kaava)
  - (a) Hamiltonin periaate
  - (b) kanonisen liikemäärän säilyminen
  - (c) Hamiltonin funktion säilyminen
  - (d) hitausmomenttitensori
  - (e) jatkuvuusyhtälö
  - (f) Poissonin sulkuosuure
2. Vaaditaan että integraalilla

$$I = \int_0^\infty \left[ \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 - y^2 + \frac{1}{2}y^4 \right] dx \quad (1)$$

on ääriarvo reunaehdoilla  $y(0) = 0$ ,  $y(\infty) = 1$ . Johda differentiaaliyhtälö, jonka  $y(x)$  toteuttaa?

3. Tutkitaan Atwoodin pudotuskoetta, jossa kaksi massaa on yhdistetty langalla, joka kitkatta liikuu kiintään pyörän yli. Kirjoita Lagrangen funktio käsittelemällä massojen korkeuksia riippumattomina muuttujina. Kirjoita Lagrangen yhtälöt ottamalla langan vakio pituus  $l$  huomioon differentiaalisilla side-ehdoilla. Ratkaise likeyhtälöt.



4. Heittoliikkeen yhtälö ottaen mukaan Coriolis-voima on

$$m\ddot{\mathbf{r}} = -mg\hat{\mathbf{z}} - 2m\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}}, \quad (2)$$

missä  $\boldsymbol{\omega}$  on maan kulmanopeusvektori. Valitaan kordinaatisto:  $x$  itään,  $y$  pohjoiseen ja  $z$  ylös, kun ollan leveysasteella, jonka polaarikulma on  $\theta$ . Osoita että heittoliikkeessä itään päin alkunopeudella  $\mathbf{V}$  Coriolis-voima, jota voi käsitellä pienenä häiriönä, aiheuttaa maahaniskeytymispisteen siirtymisen pohjois-eteläsuunnassa määrällä

$$\Delta y = \frac{4V_x V_z^2 \omega \cos \theta}{g^2}. \quad (3)$$

Onko tämä pohjoiseen vai etelään?

5. Tutkitaan Lagrangen funktiota

$$L = \frac{a}{2}\dot{x}^2 + b\dot{x}\dot{y} + \frac{c}{2}\dot{y}^2 - ex^2 - fy^2 \quad (4)$$

missä  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $e$  ja  $f$  ovat vakioita. Muodosta Hamiltonin funktio kanonisten muuttujien avulla lausuttuna. Kirjoita Hamiltonin liikeyhtälöt.