

763315A ATK II – NUMEERINEN MALLINTAMINEN 26.1.2007
Kokeen laatija: Jussi Mattas

1. a) Selosta lyhyesti, esimerkkien avulla, mitä seuraavat Mathematican käsitteet tarkoittavat:
 - suora sijoitus ja viivästetty sijoitus
 - sääntö
 - lista
- b) Mitä seuraavat Mathematican funktiot tekevät? Mitkä ovat niiden argumentit?
 - `InterpolatingPolynomial`
 - `Series`
 - `Simplify`

2. Miten suoritat seuraavat toiminnot Mathematicassa?

- ratkaiset yhtälöryhmän

$$\begin{cases} 3x^2 + x - 4y = 0 \\ 5x - 4y = 3 \end{cases}$$

- etsit numeerisesti yhtälön $\tan x = x$ ratkaisun
- määrittelet funktion $f(x) = e^x \cos x$ ja piirrät sen kuvaajan annetulla välillä $x_{\min} \leq x \leq x_{\max}$
- lasket funktion $g(x, y) = x^4 e^y + \cos x$ kokonaisdifferentiaalini
- ajat tiedostoon `ohjelma.m` tallennetun ohjelman
- määrittelet matriisiin

$$M = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix}$$

ja lasket sen ominaisarvot ja ominaisvektorit

3. Esitä kolme tapaa ohjelmoida toisto Mathematicassa. Kirjoita yhdellä näistä tavoista ohjelma, joka tulostaa n ensimmäistä Fibonaccin lukua käyttäen rekursiokaavaa

$$\begin{cases} x_0 = 0 \\ x_1 = 1 \\ x_n = x_{n-1} + x_{n-2}, \text{ kun } n \geq 2. \end{cases}$$

KÄÄNNÄ!

4. Olkoon suoritettu koe, jossa mitattiin jonkin elektronisen komponentin läpi kulkevaa virtaa I sen päiden välisen jännitteen V funktiona. Mitatut jännitteen ja virran arvot on tallennettu taulukkoon muodossa

$$I(V) = \{(V_1, I_1), (V_2, I_2), \dots, (V_n, I_n)\}$$

missä I_i on jännitettä V_i vastaava virran arvo.

- a) Suorita datapisteiden välinen interpolointi. Mitä on huomioitava, jos datapisteiden lukumäärä n on hyvin suuri?
 - b) Sovita datapisteisiin kolmannen asteen polynomi.
 - c) Piirrä samaan kuvaajaan datapisteet sekä interpoloinnin ja sovituksen antamat tulokset.
5. Toisen kertaluvun differentiaaliyhtälö

$$y''(r) - \frac{2}{r}y'(r) = Ey(r)$$

kuvaa vetyatomia. Se on ominaisarvoyhtälö, ja ominaisarvona E saadaan vetyatomien elektronien energia. Ratkaisuna saatavasta funktiosta $y(r)$ voidaan laskea aaltofunktio $\psi(r) = y(r)/r$, joka kuvaa elektronin jakautumaa avaruudessa. Esitä algoritmi, jolla ratkaistaisiin tämän ominaisarvoyhtälön. Mathematica-ohjelmaa ei tarvitse kirjoittaa.