

Näyttö viimeistään 16.12.

1. Laske gradientit funktioille

a) $f(x, y, z) = x^2y + y^2z + z^2x$ pisteessä $(1, -1, 1)$ ja

b) $f(x, y, z) = \cos(x + 2y + 3z)$ pisteessä $(\pi/2, \pi, \pi)$

Määrää myös mainituissa pisteissä niiden kautta kulkevien tasa-arvopintojen tangenttitasot.

2. Olkoon r paikkavektorin $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ pituus $r = |\mathbf{r}|$.

a) Laske ∇r .

b) Osoita, että $\nabla f(r) = f'(r)\frac{\mathbf{r}}{r}$, kun funktio $f(r)$ riippuu ainoastaan etäisyydestä r .

3. Laske edelleen

$$\nabla^2 \frac{1}{r},$$

kun r on paikkavektorin pituus.

4. Laske divergenssit

a) $\nabla \cdot (2x^2z\mathbf{i} - xy^2z\mathbf{j} + 3yz^2\mathbf{k})$, b) $\nabla \cdot (r^3\mathbf{r})$ ja c) $\nabla \cdot [r\nabla(1/r^3)]$.

Tässä \mathbf{r} on paikkavektori $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ ja $r = |\mathbf{r}|$.