Näyttö viimeistään 21.10.

1. Suppenevatko sarjat

   a) $\displaystyle\sum_n \frac{n}{2^n}$,

   b) $\displaystyle\sum_n \frac{n!}{e^n}$,

   c) $\displaystyle\sum_n \frac{(2n)!}{(n!)^2}$

2. Kehitä Taylorin sarjaksi $\sum_n a_n x^n$ (pisteen $x = 0$ ympärillä) funktiot

   $$\text{a)}\ \ a^x, \quad \text{b)}\ \ (1+x)^3, \quad \text{c)}\ \ \sqrt{1+x}, \quad \text{d)}\ \ \int_0^x e^t \mathrm{d}t$$

3. Määritä ylläolevien sarjojen suppenemissäteet.

4. Laske likiarvo integraalille

   $$\int_{-1}^{1} e^{-x^2} \mathrm{d}x$$

   kehittämällä integroitava funktio Taylorin sarjaksi, integroimalla termi kerrallaan ja ottamalla huomioon vain a) yksi, b) kaksi, c) kolme ja d) neljä ensimmäistä nollasta poikkeavaa termiä. Miten tulos poikkeaa tarkasta tuloksesta 1.49364826...?

   (Huom: tyyppiä $f(x^n)$ olevat funktiot on usein helpointa kehittää sarjaksi (0:n ympäristössä) laskemalla sarja funktiolle $f(z)$, ja sijoittamalla sarjaan $z = x^n$.)

5. Laske

   $$\text{a)}\ \ (1+i)(2-2i), \quad \text{b)}\ \ \frac{1+i}{1-i} + \frac{1-i}{1+i}, \quad \text{c)}\ \ (1+i)^4$$