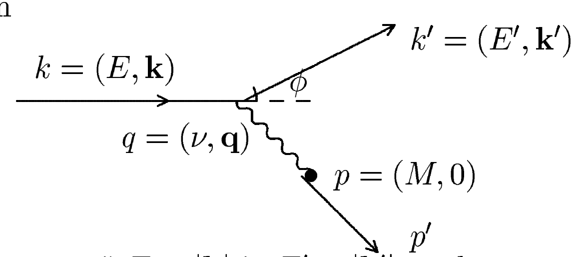
1. Osoita, että prosessin



merkinnöillä ja olettaen, että $E \simeq |\mathbf{k}|$ ja $E' \simeq |\mathbf{k}'|$ saadaan

$$
\begin{aligned}
\int \frac{d^3p'}{2p_0'}\delta^{(4)}(p+q-p') &= \int d^3p'\, dp_0' \delta^{(4)}(p+q-p')\theta(p_0')\delta\left(p'^2 - M^2\right) \\
&= \frac{1}{2M}\delta\left(\nu + \frac{q^2}{2M}\right) \\
&= \frac{1}{2MA}\delta\left(E' - \frac{E}{A}\right) ,
\end{aligned}
$$

missä

$$A = 1 + \left(\frac{2E}{M}\right)\sin^2\frac{\phi}{2}$$

ja $\theta(x)$ on step-funktio.

2. Osoita, että Lorentz-ehdon käyttäminen ei määritä yksikäsitteisesti fotonin propagaattoria: kirjoittamalla fotonin liikeyhtälö muotoon

$$\left[g^{\nu\lambda}\partial^\mu\partial_\mu - \left(1 - \frac{1}{\zeta}\right)\partial^\nu\partial^\lambda\right] A_\lambda = j^\nu$$

saamme propagaattoriksi

$$\frac{i}{q^2}\left(-g_{\mu\nu} + (1-\zeta)\frac{q_\mu q_\nu}{q^2}\right) .$$

3. Olkoon vektorihiukkasen massa M, energia E ja impulssi z-suuntaan p. Osoita, että helisiteettitilat λ voidaan kuvata polarisaatiovektoreilla

$$
\begin{aligned}
\varepsilon^{(\lambda=\pm1)} &= \mp(0, 1, \pm i, 0)/\sqrt{2} \\
\varepsilon^{(\lambda=0)} &= (|\mathbf{p}|, 0, 0, E)/M
\end{aligned}
$$

4. Todista täydellisyysrelaatio

$$\sum_{\lambda} \varepsilon_{\mu}^{(\lambda)*} \varepsilon_{\nu}^{(\lambda)} = -g_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{M^2},$$

missä summa käy yli massiivisen vektorihiukkasen polarisaatiotilojen.

5. Johda täydellisyysrelaatiot

$$\begin{aligned} \sum_{s=1,2} u^{(s)}(p)\bar{u}^{(s)}(p) &= \not{p} + m \\ \sum_{s=1,2} v^{(s)}(p)\bar{v}^{(s)}(p) &= \not{p} - m \end{aligned}$$