

1. Tarkastellaan rotaatiota, jossa tilavektori $|\psi\rangle$ transformoituu unitaarisella operaattorilla:

$$|\psi(t')\rangle = U|\psi(t)\rangle.$$

Jos $[U, H] = 0$ niin osoita, että U :n odotusarvo $\langle\psi(t)|U|\psi(t)\rangle$ on liikevakio.

2. Kertaa impulssimomenttioperaattorin teoriaa kvanttimekaniikan kursseilta.
3. Osoita, että rotaatiomatriisit

$$d_{m'm}^j(\theta) = \langle jm'|e^{-i\theta J_2}|jm\rangle$$

ovat

$$\begin{aligned} d_{++} &= d_{--} &= \cos(\theta/2) \\ d_{-+} &= -d_{+-} &= \sin(\theta/2) \end{aligned}$$

kun $j = 1/2$, missä \pm viittaavat arvoihin $m = \pm 1/2$ ja

$$\begin{aligned} d_{01} &= -d_{10} = -d_{0-1} = d_{-10} &= \sqrt{1/2} \sin \theta \\ d_{11} &= d_{-1-1} &= \frac{1}{2}(1 + \cos \theta) \\ d_{-11} &= d_{1-1} &= \frac{1}{2}(1 - \cos \theta) \\ d_{00} &= \cos \theta \end{aligned}$$

kun $j = 1$.

4. Osoita, että reaktion $pp \rightarrow \pi^+ + d$ vaikutusala on kaksi kertaa suurempi kuin reaktion $np \rightarrow \pi^0 d$. Käytä hyväksi isospinin säilymistä vahvoissa vuorovaikutuksissa.
5. Pioni-nukleonisironna pionin laboratorioenergian ollessa noin 300 MeV tapahtuu pääosin resonanssitilan $\Delta(1232)$ kautta

$$\pi + N \rightarrow \Delta(1232) \rightarrow \pi + N.$$

Osoita, että prosessien

$$\pi^+ + p \rightarrow \pi^+ + p, \quad \pi^+ + p \rightarrow \pi^0 + n \quad \text{ja} \quad \pi^- + p \rightarrow \pi^- + p$$

differentiaalisten vaikutusalojen suhteet ovat 9:2:1.