1. Tarkastellaan rotaatiota, jossa tilavektori $|\psi\rangle$ transformoituu unitaarisella operaattorilla:

$$|\psi(t)'\rangle = U|\psi(t)\rangle\,.$$

   Jos $[U,H]=0$ niin osoita, että U:n odotusarvo $\langle\psi(t)|U|\psi(t)\rangle$ on liikevakio.

2. Kertaa impulssimomenttioperaattorin teoriaa kvanttimekaniikan kursseilta.

3. Osoita, että rotaatiomatriisit

$$d^j_{m'm}(\theta) = \langle jm'|e^{-i\theta J_2}|jm\rangle$$

   ovat

$$\begin{aligned} d_{++} = d_{--} &= \cos(\theta/2) \\ d_{-+} = -d_{+-} &= \sin(\theta/2) \end{aligned}$$

   kun $j=1/2$, missä $\pm$ viittaavat arvoihin $m=\pm 1/2$ ja

$$\begin{aligned} d_{01} = -d_{10} = -d_{0-1} = d_{-10} &= \sqrt{1/2}\sin\theta \\ d_{11} = d_{-1-1} &= \frac{1}{2}(1+\cos\theta) \\ d_{-11} = d_{1-1} &= \frac{1}{2}(1-\cos\theta) \\ d_{00} &= \cos\theta \end{aligned}$$

   kun $j=1$.

4. Osoita, että reaktion $pp \to \pi^+ + d$ vaikutusala on kaksi kertaa suurempi kuin reaktion $np \to \pi^o d$. Käytä hyväksi isospinin säilymistä vahvoissa vuorovaikutuksissa.

5. Pioni-nukleonisironta pionin laboratorioenergian ollessa noin 300 MeV tapahtuu pääosin resonanssitilan Δ (1232) kautta

$$\pi + N \to \Delta(1232) \to \pi + N.$$

   Osoita, että prosessien

$$\pi^+ + p \to \pi^+ + p,\ \ \pi\bar{+}p \to \pi^o + n\ \ ja\ \ \pi^- + p \to \pi^- + p$$

   differentiaalisten vaikutusalojen suhteet ovat 9:2:1.