76321S **HIUKKASFYSIIKAN PERUSTEET** Harjoitus 8 kl. 1999

1. Määrää hermiittisille ja lineaarisesti vapaille $N \times N$- matriiseille α_k ja β alin dimensio, jossa relaatiot

$$
\begin{aligned}
\{\alpha_k, \alpha_l\} &= 2\,\delta_{kl} \\
\{\alpha_k, \beta\} &= 0 \\
\beta^2 &= 1 \\
\alpha_k^2 &= 1
\end{aligned}
$$

voivat olla voimassa.

2. Osoita γ-matriisien antikommutaatiosääntöjen perusteella oikeiksi seuraavat γ-matriiseja koskevat säännöt.

a)

$$\gamma_\mu \gamma^\mu = 4$$

b)

$$\gamma_\mu \not{a} \gamma^\mu = -2\not{a}$$

c)

$$\gamma_\mu \not{a}\not{b} \gamma^\mu = 4\, a \cdot b$$

d)

$$\gamma_\mu \not{a}\not{b}\not{c} \gamma^\mu = -2\not{c}\not{b}\not{a}$$

3. Osoita γ- matriisien antikommutaatiosäätöjen nojalla seuraavat ominaisuudet:

a)

$$\mathrm{Tr}\left(\gamma^\lambda \gamma^\mu \cdots \gamma^\epsilon\right) = 0\,,$$

missä γ-matriiseja on pariton määrä

b)

$$\mathrm{Tr}\,(\not{a}\not{b}) = 4a \cdot b$$

c)

$$\mathrm{Tr}\,(\not{a}\not{b}\not{c}\not{d}) = 4\left((a\cdot b)\ (c\cdot d) - (a\cdot c)\ (b\cdot d) + (a\cdot d)\ (b\cdot c)\,\right)$$

d)

$$\mathrm{Tr}\gamma_5 = 0$$

e)

$$\mathrm{Tr}\,(\gamma_5 \not{a}\not{b}) = 0$$

f)

$$\mathrm{Tr}\,(\gamma_5 \not{a}\not{b}\not{c}\not{d}) = 4\,i\,\varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} a^\mu b^\nu b^\lambda d^\sigma\,,$$

missä $\varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} = +1$ (vast. -1), kun $(\mu, \nu, \lambda, \sigma)$ on parillinen (vast. pariton) (1,2,3,4):n permutaatio (ja = 0 jos kaksi indeksiä ovat samat).