

1. Olkoon havaitsijoiden  $O'$  ja  $O$  välinen Lorentz-muunnos

$$x' = \Lambda x \quad \text{eli} \quad x'^{\mu} = a^{\mu}_{\nu} x^{\nu}.$$

Osoita Diracin yhtälön kovarianttisuuden nojalla, että havaitsijoiden saamat Diracin yhtälön ratkaisut saadaan toisistaan transformaatiolla

$$\psi'(x') = S(\Lambda)\psi(x),$$

missä transformaatio  $S(\Lambda)$  toteuttaa ehdon

$$S(\Lambda)\gamma^{\mu}S^{-1}(\Lambda) = (\Lambda^{-1})^{\mu}_{\nu}\gamma^{\nu}.$$

2. Osoita, että infinidesimaalisessa Lorentz-muunnoksessa

$$a^{\mu}_{\nu} = \delta^{\mu}_{\nu} + \varepsilon^{\mu}_{\nu}$$

edellisessä tehtävässä mainitut ehdot täyttävä muunnos on

$$S = S_L = 1 - \frac{i}{4}\sigma_{\mu\nu}\varepsilon^{\mu\nu},$$

missä

$$\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma_{\mu}, \gamma_{\nu}].$$

Osoita edelleen, että pariteettimuunnoksessa

$$S = S_P = \gamma^0$$

Totea, että bilineaariset kovariantit muodot transformoituvat oikein muunnoksissa  $S_L$ .