1. Kirjoita energian ja liikemäärätiheydet, niiden virrantiheydet sekä säilymislait jännitetyn langan tapauksessa.

2. Näpäytetään levossa olevaa jännitettyä lankaa pisteestä $x = a$, mitä voidaan aproksimoida $\dot{u}(x,0) = v_0\delta(x-a)$. Määrää kaikkien ominaistaajuuksien värähtelyamplitudit ja niihin liittyvät energiat.

3. Osoita, että jos Ψ ja Ψ^* ovat kaksi riippumatonta kenttämuuttujaa, Lagrangen tiheys
$$\mathcal{L} = \frac{\hbar^2}{2m}\nabla\Psi\cdot\nabla\Psi^* + V\Psi^*\Psi + \frac{\hbar}{2i}(\Psi^*\dot{\Psi} - \Psi\dot{\Psi}^*)$$
johtaa Schrödingerin yhtälöön
$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi + V\Psi = i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}$$
(vastaavasti Ψ^*:lle). Mitkä ovat kanoniset impulssit? Perustele miksi esim. reaalisten muuttujan $\Psi = a + ib$ valinta antaa saman tuloksen.

4. Etsitään minimiä funktionaalille
$$F(u) = \int dx \int dy(\nabla u\cdot\nabla u + \lambda u^2)\,,$$
jollain annetuilla reunaehdoilla. Määritä minkä differentiaaliyhtälön $u(x,y)$ toteuttaa. Diskretoi $F(u)$ käyttäen pisteinä $(x_i, y_j) = (ai, aj)$. Johda $F(u)$:n diskreettiä versiota varioimalla, minkä diskreetin yhtälön u_{ij} toteuttaa.

5. Tutkitaan edellisen tehtävän funktionaalia tapauksessa $\lambda = 0$. Osoita, että systeemissä silloin on säilyvä virta $\vec{j}$,
$$\nabla\cdot\vec{j} = 0\,.$$
Miten diskretoit virran ja sen säilymislait, että se on säilyvä suure myös äärellisellä diskretointivälillä.