1. Johda miten 3-nopeus v muuttuu Lorentz-muunnoksessa.
(Vihje: Kirjoita Lorentz-muunnos koordinaatti differentiaalille dx, dy, dz ja dt.)

2. Osoita Lorentz-muunnosta käyttäen, että
a) koordinaatistojen suhteellinen nopeus ei riipu siitä kummasta koordinaatistosta katsotaa (etumerkkiä tietysti lukuunottamatta).
b) jos kaksi tapahtumaa ovat ajankaltaisia ($s^2 > 0$), voidaan aina löytää koordinaatisto, jossa ne ovat samanpaikkaiset.
c) jos kaksi tapahtumaa ovat paikankaltaisia ($s^2 < 0$), voidaan aina löytää koordinaatisto, jossa ne ovat samanaikaiset.

3. Kirjoita kuinka energia E ja liikemäärä $\vec{p}$ muuttuvat Lorentz-muunnoksessa. Tarkastellaan tapausta jossa koordinaatistojen suhteellinen nopeus $v \ll c$ sekä hiukkasen nopeus $v' \ll c$. Osoita, että tällöin Lorentz-muunnos antaa tutut epärelativistisen mekaniikan lauseet energialle ja liikemäärälle eri koordinaatistojen välillä. Huomaa, että lepoenergian laskeminen energiaan mukaan on välttämätöntä.

4. Osoita, että tilavuuselementti $dx^0 dx^1 dx^2 dx^3$ säilyy Lorentz-muunnoksessa.

5. Relativistisella alueella raketin liike perustuu neli-liikemäärän säilymiseen. Raketin jokaisen liikemääräkomponentin muutoksen on oltava yhtä suuri kuin vastaavan raketista työntyvien kaasujen impulssin komponentin muutos aikana dt. Osoita, että jos ulkoiset voimat eivät vaikuta, saadaan nopeuden riippuvuudelle massasta differentiaaliyhtälö
$$m\frac{dv}{dm} + a(1 - \frac{v^2}{c^2}) = 0,$$
missä $a \ll c$ on ulostyöntyvien kaasujen vakionopeus raketin suhteen. Osoita, että ratkaisu on muotoa
$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{1 - (\frac{m}{m_0})^{\frac{2a}{c}}}{1 + (\frac{m}{m_0})^{\frac{2a}{c}}},$$
missä m_0 on raketin massa liikkeen alkuhetkellä.