1. Tutkitaan vaikutusintegraalia

$$S = -\int (m_0 c^2 + A) ds \,,$$

missä $A(x^0, \vec{x})$. Laske kanoninen liikemäärä, energia ja liikeyhtälöt. Millä oletuksilla ne redusoituvat tutuiksi analyyttisen mekaniikan kurssin suureiksi?

2. Osoita, että potentiaalit $\varphi = -\vec{E} \cdot \vec{r}$, $\vec{A} = \frac{1}{2}\vec{B} \times \vec{r}$ ja $\vec{A} = -By\hat{x}$ antavat vakio kentät $\vec{E}$ ja $\vec{B}$. Osoita, että siirtyminen näiden B:n mittojen välillä saadaan aikaan mittafunktiolla

$$f = -xy\frac{B}{2} \,.$$

3. Osoita, että

$$I = \frac{{v_t}^2}{B}$$

on adiabaattinen invariantti: $\dot{I} = 0$.
(Vihje: $v^2 = {v_l}^2 + {v_t}^2 = vakio$)

4. Sijoittamalla $A_i = (\varphi/c, -\vec{A})$ kenttätensorin määritelmään osoita, että esimerkiksi $F_{01} = E_x/c$ ja koko tensori

$$(F_{ki}) = \begin{pmatrix} 0 & E_x/c & E_y/c & E_z/c \\ -E_x/c & 0 & -B_z & B_y \\ -E_y/c & B_z & 0 & -B_x \\ -E_z/c & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix},$$

$$(F^{ki}) = \begin{pmatrix} 0 & -E_x/c & -E_y/c & -E_z/c \\ E_x/c & 0 & -B_z & B_y \\ E_y/c & B_z & 0 & -B_x \\ E_z/c & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix}.$$

5. Osoita, että liikeyhtälön

$$mc\frac{du_k}{ds} = eF_{ki}u^i$$

paikkakomponentit antavat 3-vektoriliikeyhtälön

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = e\vec{E} + e\vec{v} \times \vec{B} \,.$$

Samaten osoita, että aikakomponentti antaa energiayhtälön

$$\frac{d\mathbf{E}_{\mathrm{kin}}}{dt} = e\vec{v} \cdot \vec{E} \,.$$