

1. Johda liikkuvan pistevarauksen aiheuttama kenttä käyttäen kentän Lorentz-muunnos kaavoja. Osoita, että

$$\vec{E} = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{R}}{R^3} \frac{1 - \frac{v^2}{c^2}}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \sin^2 \theta\right)^{3/2}},$$

missä vektori  $\vec{R}$  on laskettu hiukkasen samanaikaisen paikan suhteen ja  $\theta$  on  $\vec{R}$ :n ja  $\vec{v}$ :n välinen kulma. Päättele tästä, että hyvin nopeilla hiukkasilla ( $v \approx c$ ) sähkökenttä havaitaan lyhyenä pulssina (kulmaosa  $\theta \approx \frac{\pi}{2}$ ,  $\Delta\theta \sim \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ ).

2. Johda energian säilymlaki

$$\frac{d}{dt} \left[ \sum E_{kin} + \int dV \left( \frac{\epsilon_0}{2} E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2 \right) \right] = - \oint d\vec{a} \cdot \vec{S}$$

lähtien kolmivektorimuotoisista Maxwellin yhtälöistä.

3. Kahden samansuuruisen varauksen välillä vaikuttaa Coulombin repulsio. Laske tämä voima käyttäen Maxwellin jännitystensoria ja valitsemalla sopiva toista varausta ympäröivä pinta. Toista sama vastakkaismerkisille varauksille.
4. Johtavassa pallossa on varaus  $Q$ . Pallo koostuu kahdesta puolipallosta. Laske niiden välillä vaikuttava voima käyttäen Maxwellin jännitystensoria. Osoita, että sama tulos saadaan olettamalla pallon pinnalla olevaan varaukseen kohdistuvan sähkökenttä, joka on keskiarvo sisäpuolisesta ja ulkopuolisesta kentästä.
5. Tutkitaan suoraa johdin lankaa, jossa kulkee sähkövirta  $I = \sigma E$ . Ratkaise Maxwellin yhtälöistä  $E$  ja  $B$  kentät johtimen ympärillä. Osoita Pointingin vektoria integroimalla, että lämmöksi muuttuva energia voidaan ajatella virtaavan johtimeen ulkoisesta kentästä.