

1. Laske välivaiheet luennolla esitetystä relativisesta liikkeestä Coulombin potentiaalissa. Millä aproksimaatiolla tulos redusoituu epärelativistiseen tulokseen? Osoita, että yhden kierroksen aikana ellipsirata on kääntynyt kulman

$$2\pi \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\alpha^2}{c^2 p_\varphi^2}}} - 1 \right)$$

(Vihje: Palauta sopivalla muunnoksella rataintegraali aiemmin tuttuun muotoon)

2. a) Laske tasossa neliössä olevien varausten dipoli- ja quadrupolimomentit

$$\begin{array}{cc} \bullet^{-e} & \bullet^{+e} \\ & \\ \bullet^{+e} & \bullet^{-e} \end{array}$$

b) Varausjakautuma  $\rho(\vec{r})$  on symmetrinen kierroissa  $z$ -akselin ympäri. Laske kaikki dipoli- ja quadrupolimomentit niin pitkälle kuin tämän tiedon varassa on mahdollista.

3. Dipolimomentti  $\vec{d}$  on tasaisessa ulkoisessa kentässä  $\vec{E}$ . Osoita integroimalla Maxwellin jännitystensoria momenttikeskisen pallon pinnan yli, että dipoliin kohdistuva vääntömomentti on  $\vec{N} = \vec{d} \times \vec{E}$ .
4. Osoita, että vektoripotentialin staattinen ratkaisu

$$\vec{\mathbf{A}}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int dV' \frac{\vec{\mathbf{j}}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

toteuttaa mittaehdon

$$\nabla \cdot \vec{\mathbf{A}} = 0$$

5. a) Laske magneettisen dipolin  $\vec{B}$ -kenttä lähtien vektoripotentialin lausekkeesta.  
b) Osoita, että tasossa olevan virtasilmukan magneettinen momentti  $\vec{m} = AI\hat{n}$ , jossa  $A$  on virtasilmukan pinta-ala,  $I$  virta ja  $\hat{n}$  tason normaali.