1. Johda Klein-Gordonin yhtälö lähtien Lagrangen tiheydestä

$$\mathcal{L} = \frac{\partial \psi^*}{\partial x_i}\frac{\partial \psi}{\partial x^i} - \mu^2 |\psi|^2 .$$

2. Osoita, että Diracin yhtälö voidaan kirjoittaa luennolla annettuun muotoon

$$[i\hbar(\gamma^0 \frac{\partial}{\partial x_0} + \gamma \cdot \nabla) - mc]\psi = 0$$

tai

$$(i\hbar\gamma^i \frac{\partial}{\partial x^i} - mc)\psi = 0 \quad (\text{summaus } i = 0, 1, 2, 3).$$

Ottamalla mukaan ulkoinen kettä saadaan

$$(i\hbar\gamma^i \frac{\partial}{\partial x^i} - e\gamma^i A_i - mc)\psi = 0 \quad (\text{summaus } i = 0, 1, 2, 3).$$

3. Johda Diracin yhtälö lähtien Lagrangen tiheydestä

$$\mathcal{L}_D = \bar{\psi}(i\hbar\gamma^i \frac{\partial}{\partial x^i} - mc)\psi$$

missä $\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$ ($\psi^\dagger$ tarkoittaa ψ:n transpoosin kompleksikonjugaattia).

4. Osoita, että Diracin yhtälöön liitty säilyvä nelivirta

$$j_D^i = ec\psi^\dagger\gamma^0\gamma^i\psi.$$

5. Osoita, että antikommutaatiosäännöstä

$$\{\check{b}, \check{b}^\dagger\} \equiv \check{b}\check{b}^\dagger + \check{b}^\dagger\check{b} = 1$$

seuraa, että lukumääräoperaattorin $\check{N} = \check{b}^\dagger\check{b}$ ominaisarvot ovat 0 ja 1.