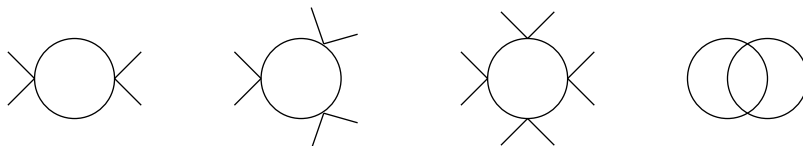


Johdatus kvanttikenttäteoriaan

Loppukoe 26.11 – 3.12 2003

Palautus Mervi Kanasen toimistoon TE317 3.12. kello 11 mennessä

1. Laske symmetriatekijät standardi- $\lambda\phi^4$ -teorian Feynmanin diagrammoille



Laske myös symmetriatekijät QED:n diagrammoille

(\rightarrow = elektroni, \sim = fotoni)



2. Tarkastellaan skalaarikenttäteoriaa

$$\frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - \frac{1}{2}m^2\phi^2 - \frac{1}{n!}\lambda\phi^n$$

n kokonaisluku, $n > 2$. Määrää n :n funktiona (aika-)avaruuden dimensiot d missä teoria on renormalisoituva (riittää tutkia N -pistediagrammojen divergenssejä, siis etsiä tapaukset missä teoria *ei* ole renormalisoituva. Tarkka renormalisoituvuuden osoittaminen on paljon monimutkaisempaa, mutta tässä tapauksessa yksinkertainen analyysi antaa oikean vastauksen.)

3. Tarkastellaan $\lambda\phi^3$ teoriaa 6 dimensiossa:

$$S = \int d^6x \left[\frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - \frac{1}{2}m^2\phi^2 - \frac{1}{3!}\lambda\phi^3, \right]$$

missä ϕ on skalaarikenttä. Mikä on kentän ϕ ja kytkentävakion λ dimensio? Tutki 1-, 2-, 3- ja 4-pistefunktioiden divergoimista 1-silmukatasolla. Käytä impulssiregularisaatiota, ja laske vain divergoivat osat – siis osat mitkä riippuvat cut-offista Λ . Käytä Feynmanin parametrisaatiota tarpeen mukaan.

(jatkuu ...)

4. Tutkitaan differentiaalista vaikutusalaa QED:n elastisessa elektroni-elektronisironnassa $e^-e^- \rightarrow e^-e^-$ alimmassa kertaluvussa. Voit olettaa että energia $E_{\text{CM}} \gg m_e$, joten voit asettaa elektronin massa $m_e = 0$. Osoita että vastaus (massakeskipistekoordinaatistossa) on

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{e^4}{32\pi^2 s} \left[s^2 \left(\frac{1}{t} + \frac{1}{u} \right)^2 + \left(\frac{u}{t} \right)^2 + \left(\frac{t}{u} \right)^2 \right],$$

missä Mandelstamin muuttujat ovat

$$\begin{aligned} s &= (p_1 + p_2)^2 \\ t &= (p_1 - p_3)^2 \\ u &= (p_1 - p_4)^2 \end{aligned}$$

ja p_1, p_2 ovat alkutilan ja p_3, p_4 lopputilan elektronien 4-impulssit.

Vihjeitä:

- Tutki tarkkaan luentojen elektroni-myonisironnalaskut
- aseta $m_e = 0$ heti alussa, säästää vaivaa
- Tässä tapauksessa \mathcal{M} on kahden Feynmanin diagramman summa. Kun lasketaan $|\mathcal{M}|^2$, näistä tulee ristitermejä, jotka tuottavat hieman erilaisen γ -matriisi-tracen kuin yksi diagramma.
- Seuraavat kontraktioidentiteetit voivat olla hyödyksi (johda!):

$$\begin{aligned} \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma_\mu &= -2\gamma^\nu \\ \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma_\mu &= 4\eta^{\nu\rho} \\ \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma^\sigma \gamma_\mu &= -2\gamma^\sigma \gamma^\rho \gamma^\nu \end{aligned}$$

- Massattomille ulkoisille hiukkasille pätee 4-impulssirelaatio $p_i^2 = 0$, joten $(p_i - p_j)^2 = -2p_i \cdot p_j$.