1. Kirjoita van der Waalsin tilayhtälö molekyylitiheyden $v = V/N$ (tiheyden käänteisluku) avulla. Hahmottele isotermien $p(v, T = \text{const.})$ käyttäytymistä pienillä ja suurilla lämpötiloilla T. Laske kriittisen pisteen sijainti (T_c, p_c, v_c).

2. a) Laske van der Waalsin kaasun faasidiagramma (T, p)-tasossa kriittisen pisteen läheisyydessä ($T - T_c$ jne. pieniä).

   b) Laske kriittisen pisteen läheisyydessä hiukkastiheyden $n = N/V$ hyppäys $\Delta n = n_+(p, T) - n_-(p, T)$, missä $n_\pm$ ovat neste- ja kaasufaasien tiheydet koeksistenssikäyrällä. Jos merkitään $\Delta n \propto (T_c - T)^\beta$, laske exponentti β.

   c) Laske latentti lämpö ΔH lähellä kriittistä pistettä.

3. Osoita että ensemblen todennäköisyystiheys ρ toteuttaa Liouvillen yhtälön

$$i\frac{\partial \rho}{\partial t} = L\rho\,,$$

missä L on Liouvillen operaattori

$$L = i\{H,\ \ \} = i\sum_j \left(\frac{\partial H}{\partial q_j}\frac{\partial}{\partial p_j} - \frac{\partial H}{\partial p_j}\frac{\partial}{\partial q_j}\right).$$

Jos H on ajasta riippumaton, näytä että yhtälön muodollinen ratkaisu on

$$\rho(t) = e^{-iLt}\rho(0)\,.$$

4. Oletetaan että todennäköisyystiheys riippuu faasiavaruuden pisteestä P vain Hamiltonin funktion H kautta,

$$\rho(P) = \rho(H[P])\,.$$

Näytä että todennäköisyysjakautuma on stationäärinen $\partial\rho/\partial t = 0$, ja että ajasta eksplisiittisesti riippumattoman observaabelin f odotusarvo on myös ajallisesti vakio:

$$\frac{d\langle f\rangle}{dt} = 0.$$