

1. Olettaen että fluktuaatioiden todennäköisyys pienessä alisysteemissä on

$$f = C e^{-\frac{1}{2k_B T}(\Delta T \Delta S - \Delta p \Delta V)},$$

laske fluktuaatiomatriisi g kun riippumattomiksi muuttujiksi otetaan ΔS ja ΔV , toisin sanoen etsi g niin että

$$f = C e^{-\frac{1}{2} x^T g x}, \quad x = (\Delta S, \Delta V)^T.$$

Käytä tätä g -matriisia korrelaatiofunktioiden $\langle(\Delta V)^2\rangle$, $\langle(\Delta S)^2\rangle$ ja $\langle\Delta S \Delta V\rangle$ laskemiseen, ja totea että saat samat tulokset kuin luennoilla.

2. Käyttäen Einsteinin fluktuaatioteoriaa SVT-systeemeille kuten luennoilla, näytä että pienen massaelementin (N vakio) sisäisen energian fluktuaatiot ovat

$$\langle(\Delta U)^2\rangle = k_B T^2 C_V + k_B V T \kappa_T \left[p - T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V \right]^2$$

Aiemmin luennoilla näytettiin että kanonisen jakauman mukaan sisäisen energian fluktuaatiot ovat

$$\langle(\Delta U)^2\rangle = k_B T^2 C_V.$$

Mieti miksi tulokset eroavat.

3. Gibbsin potentiaali $G(p, T)$ saadaan Legendren muunnoksella Helmholtzin vapaasta energiasta $F(V, T)$, vaihtamalla riippumattomia muuttujia $V \rightarrow p$. Näytä että tämä vastaa Laplacen muunnosta

$$e^{-\beta G(p, T)} = \int_0^\infty dV e^{\beta p V} e^{-\beta F(T, V)}$$

Mikä on tämän fysikaalinen tulkinta?